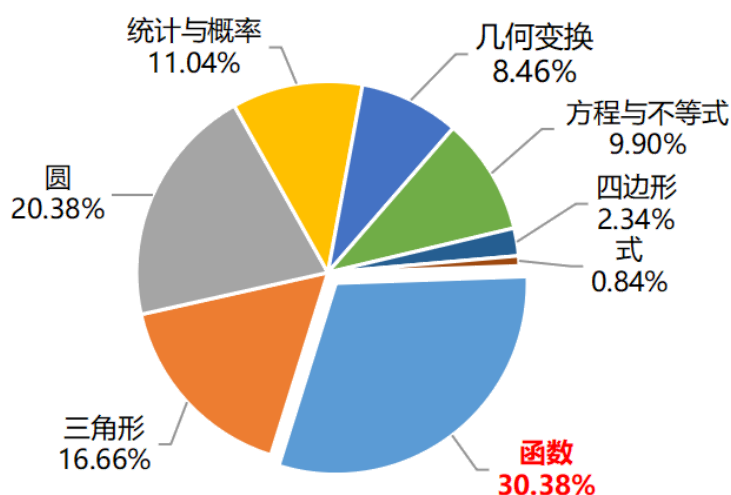


第1讲 二次函数图象及基本性质

二次函数是人教版教材第二十二章的内容，在了解二次函数性质的基础上，还会与我们之前所学的代数及几何进行综合，是期中、期末考试的重要考察点。本模块《二次函数初步》，重点包括二次函数的图象与基本性质，二次函数与代数综合，同时也需要学生在理解性质的基础上，利用所学内容解决实际问题。

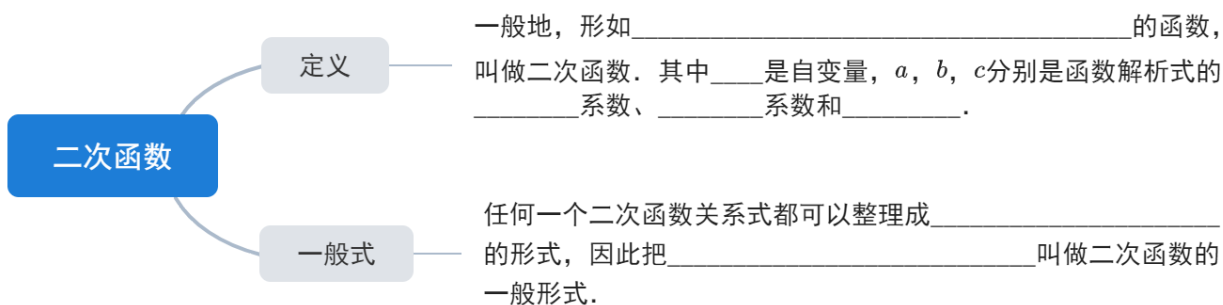
本模块难度适中，适用于基础知识的夯实，本模块二次函数图象及基本性质、二次函数解析式与图象变换、二次函数与方程不等式、二次函数的实际应用4讲内容，加油站与讲义内容完全对照，帮助学生巩固薄弱点和易错点。

知己知彼



知识点	难度	考频
二次函数的概念	★	低
二次函数图象与性质	★★	中
二次函数解析式	★	高
二次函数图象变换	★★★	中
二次函数与方程	★★★★	中
二次函数与不等式	★★★★	中
二次函数实际应用	★★★	高

一、二次函数概念



🍎 举个“栗子”

栗子1

1. 下列函数是二次函数的有 ()。

① $y = 1 - x^2$ ，② $y = \frac{2}{x^2}$ ，③ $y = x(x - 3)$ ，④ $y = ax^2 + bx + c$ ，⑤ $y = 2x + 1$ ，⑥

$y = 2(x + 3)^2 - 2x^2$

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

栗子2

2. 若函数 $y = (m - 3)x^{m^2 - 7}$ 是二次函数，则 m 的值为 _____。

栗子3

3. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx - 1$ ($a \neq 0$) 的图象经过点 $(1, 1)$ ，则代数式 $3 - a - b$ 的值为 _____。

4. 若二次函数 $y = (m + 1)x^2 - mx + m^2 - 2m - 3$ 的图象经过原点，则 m 的值必为 ()。

A. -1或3 B. -1 C. 3 D. -3或1

二、二次函数图象与性质

知识回顾：

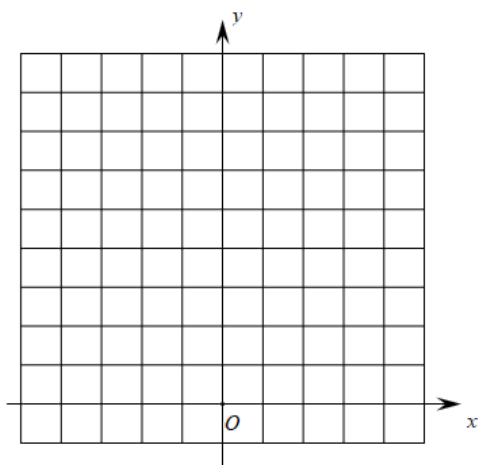
请用描点法画函数 $y = x^2$ 的图象。

①列表

x		-3	-2	-1	0	1	2	3	
y									

②描点

③连线



! 总结：

从图象可以看出，二次函数 $y = x^2$ 的图象是一条曲线，它的形状类似于投篮或掷铅球时球在空中所经过的路线，只是开口向上。这样的曲线叫做_____。

二次函数 $y = x^2$ 的图象叫做_____：

① 抛物线 $y = x^2$ 的开口方向_____，它是_____图形，对称轴是_____。

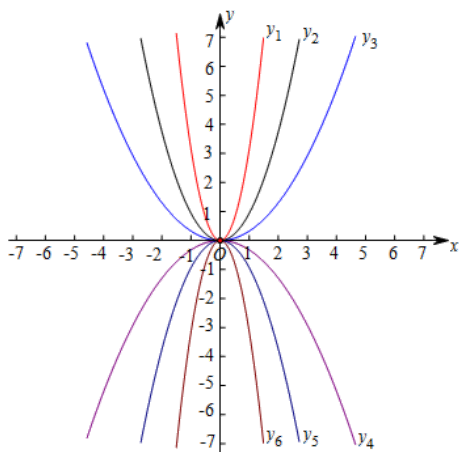
② 在对称轴左侧， y 随 x 的增大而_____；在对称轴右侧， y 随 x 的增大而_____。

③ 抛物线与它的对称轴的交点叫做抛物线的_____。抛物线 $y = x^2$ 的顶点是_____。除顶点外，抛物线上所有点都在顶点的_____（上方\下方），这个顶点是抛物线的最_____（高低）点。

实际上，二次函数的图象都是抛物线，它们的开口或者向上或者向下，一般地，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象叫做抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 。此外，每条抛物线都有顶点、对称轴。顶点是抛物线的最低点或者最高点。

1. 二次函数 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 的图象和性质

观察下列函数 $y_1 = 3x^2$ ， $y_2 = x^2$ ， $y_3 = \frac{1}{3}x^2$ ， $y_4 = -\frac{1}{3}x^2$ ， $y_5 = -x^2$ ， $y_6 = -3x^2$ 的图象，并回答二次函数 $y = ax^2$ 的性质：



二次函数 $y = ax^2$ 的性质

二次项系数 a 的符号	$a > 0$	$a < 0$
图象		
开口方向	_____	_____
对称轴	_____	_____
顶点	_____	_____
最高点和最低点	有最_____点_____	有最_____点_____
函数最值	有最_____值_____	有最_____值_____
图象特征	在对称轴左侧，抛物线从左到右_____ 在对称轴右侧，抛物线从左到右_____	在对称轴左侧，抛物线从左到右_____ 在对称轴右侧，抛物线从左到右_____
函数变化规律	当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而_____ _____ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而_____ _____	当 $x < 0$ 时， y 随 x 的增大而_____ _____ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而_____ _____
$ a $ 决定开口大小	$ a $ 越大，开口_____； $ a $ 越小，开口_____。 在对称轴右侧，沿着逆时针方向， a 的值逐渐_____。	

举个“栗子”

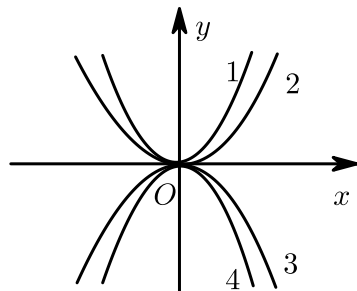
栗子4

5. 若 $y = (2 - m)x^{m^2-3}$ 是关于 x 的二次函数，且图象开口向上，则 m 的值为（ ）。
- A. $\pm\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. $-\sqrt{5}$ D. 0

栗子5

- 6.

如图所示，四个二次函数的图象分别对应的是① $y = ax^2$. ② $y = bx^2$. ③ $y = cx^2$. ④ $y = dx^2$. 则 a , b , c , d 的大小关系是 () .



- A. $a > b > c > d$ B. $a > b > d > c$ C. $b > a > c > d$ D. $b > a > d > c$

栗子6

7. 已知 $a < -1$, 点 $(a-1, y_1)$, (a, y_2) , $(a+1, y_3)$ 都在函数 $y = -x^2$ 的图象上, 则 () .

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

栗子7

8. 已知抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 过 $A(-2, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 两点, 则下列关系式一定正确的是 () .

- A. $y_1 > 0 > y_2$ B. $y_2 > 0 > y_1$ C. $y_1 > y_2 > 0$ D. $y_2 > y_1 > 0$

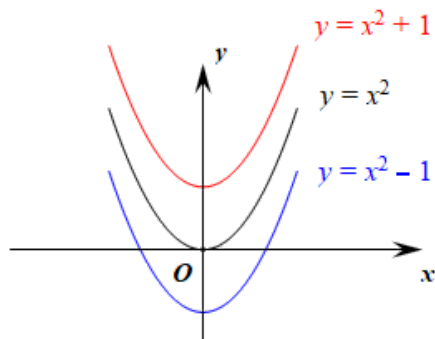
独步天下

9. 已知二次函数 $y = x^2$, 当 $a \leq x \leq b$ 时, $m \leq y \leq n$, 则下列说法正确的是 () .

- A. 当 $n - m = 1$ 时, $b - a$ 有最小值 B. 当 $n - m = 1$ 时, $b - a$ 有最大值
C. 当 $b - a = 1$ 时, $n - m$ 有最小值 D. 当 $b - a = 1$ 时, $n - m$ 有最大值

2. 二次函数 $y = ax^2 + k$ ($a \neq 0$) 的图象和性质

观察比较 $y = x^2$ 、 $y = x^2 + 1$ 与 $y = x^2 - 1$ 的图象, 并回答:



三条抛物线的形状 _____ , 位置不同; 对称轴都是 _____ .

抛物线 $y = x^2 + 1$ 顶点为 _____ ; 抛物线 $y = x^2 - 1$ 顶点为 _____ .

从图形运动的角度:

图形上的每一点都进行同一个平移，就是这个图形的一个平移；反过来，图形的一个平移就是图形上的每一点都进行这个平移，所以由抛物线顶点所作的平移可知这条抛物线所作的平移：

抛物线 $y = x^2 + 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到；

抛物线 $y = x^2 - 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到。

！ 总结：

抛物线 $y = ax^2 + k$ ($a \neq 0$) 的对称轴为 _____，顶点为 _____。它可以通过抛物线 $y = ax^2$ 向 _____ ($k > 0$ 时) 或向 _____ ($k < 0$ 时) 平移 _____ 个单位得到。

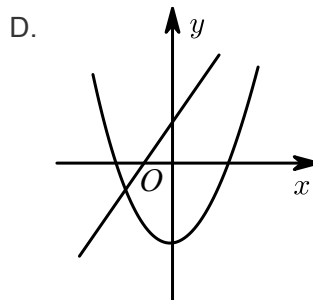
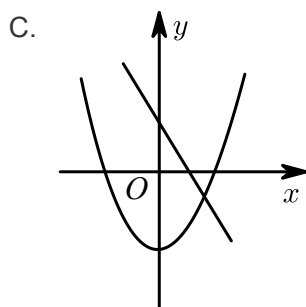
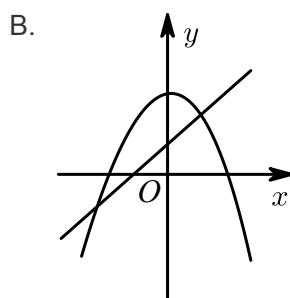
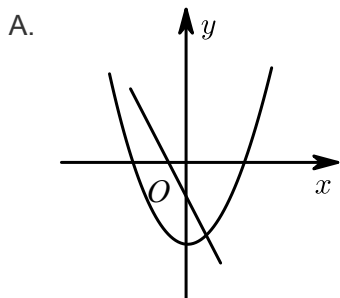
🍎 举个“栗子”

栗子8

10. 抛物线 $y = 2x^2 - 3$ 的顶点在 () .
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. x 轴上 D. y 轴上
11. 与抛物线 $y = -x^2 + 1$ 的顶点相同、形状相同且开口方向相反的抛物线所对应的函数表达式为 () .
- A. $y = -x^2$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = -x^2 - 1$ D. $y = x^2 + 1$
12. 抛物线 $y = -2x^2 + 4$ 的最大值是 _____ .

栗子9

13. 同一坐标系中，一次函数 $y = -mx + n^2$ 与二次函数 $y = x^2 + m$ 的图象可能是 () .



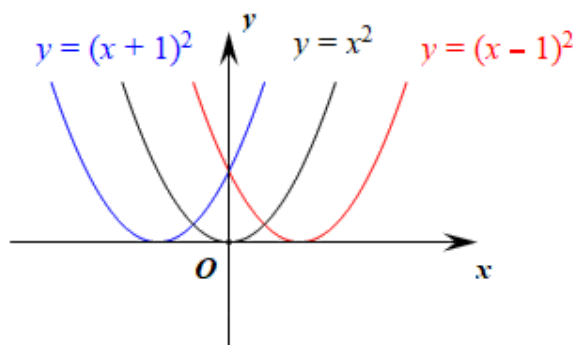
栗子10

14. 将抛物线 $y = x^2$ 向下平移 2 个单位长度，平移后抛物线的解析式为 _____ .

15. 若有二次函数 $y = ax^2 + c$, 当 x 取 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) 时, 函数值相等, 则当 $x = x_1 + x_2$ 时, 函数值为 ().
- A. $a + c$ B. $a - c$ C. $-c$ D. c
16. 已知点 $A(-2, y_1), B(1, y_2), C(5, y_3)$ 在二次函数 $y = -3x^2 + k$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ().
- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

3. 二次函数 $y = a(x - h)^2$ ($a \neq 0$) 的图象和性质

观察比较 $y = (x + 1)^2$ 、 $y = x^2$ 、 $y = (x - 1)^2$ 的图象, 并回答:



三条抛物线的形状_____, 位置不同.

抛物线 $y = (x + 1)^2$ 的对称轴为_____, 顶点为_____;

抛物线 $y = (x - 1)^2$ 的对称轴为_____, 顶点为_____;

从图形运动的角度:

抛物线 $y = (x + 1)^2$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 向_____平移_____个单位得到;

抛物线 $y = (x - 1)^2$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 向_____平移_____个单位得到.

! 总结:

抛物线 $y = a(x - h)^2$ ($a \neq 0$) 的对称轴为_____, 顶点为_____. 它可以通过抛物线 $y = ax^2$ 向_____ ($h > 0$ 时) 或向_____ ($h < 0$ 时) 平移_____个单位得到.

🍌 举个“栗”子

17. 顶点为 $(-5, 0)$, 且开口方向、形状与函数 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 的图象相同的抛物线是 ().
- A. $y = \frac{1}{3}(x - 5)^2$ B. $y = -\frac{1}{3}x^2 - 5$ C. $y = -\frac{1}{3}(x + 5)^2$ D. $y = \frac{1}{3}(x + 5)^2$
18. 抛物线 $y = -3(x + 1)^2$ 不经过的象限是 ().
- A. 第一、二象限 B. 第二、四象限 C. 第三、四象限 D. 第二、三象限

栗子13

19. 抛物线 $y = -2x^2$ 向左平移 3 个单位长度所得图象的解析式是 _____ .

栗子14

20. 已知 $A\left(-\frac{1}{2}, y_1\right)$, $B(1, y_2)$, $C(4, y_3)$ 三点都在二次函数 $y = -(x-2)^2$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 () .

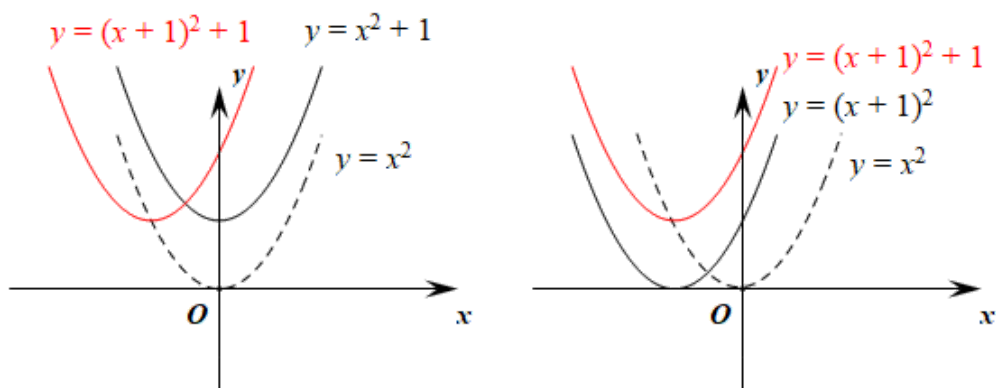
- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

栗子15

21. 已知在二次函数 $y = 2(x-h)^2$ 的图象上, 当 $x > 3$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 h 的取值范围是 _____ .

4. 二次函数 $y = a(x-h)^2 + k (a \neq 0)$ 的图象和性质

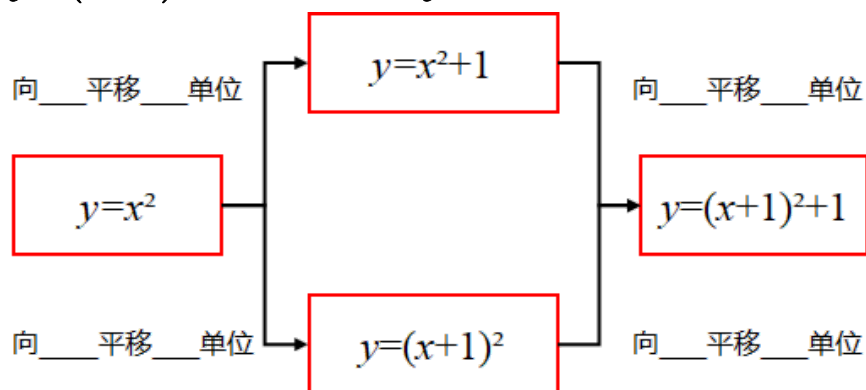
观察比较 $y = (x+1)^2 + 1$ 、 $y = x^2$ 、 $y = (x+1)^2$ 、 $y = x^2 + 1$ 的图象, 并回答:



抛物线 $y = (x+1)^2 + 1$ 的对称轴是 $x = -1$, 顶点是 $(-1, 1)$.

抛物线 $y = (x+1)^2 + 1$ 可以由抛物线 $y = x^2 + 1$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到; 或者由抛物线 $y = (x+1)^2$ 向 _____ 平移 _____ 个单位得到 .

于是抛物线 $y = (x+1)^2 + 1$ 可以由抛物线 $y = x^2$ 进行两次平移得到:



! 总结:

抛物线 $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的对称轴为 _____, 顶点是 _____. 它可以由抛物线 $y = ax^2$ 进行两次平移得到: 可以先向 _____ ($h > 0$ 时) 或向 _____ ($h < 0$ 时) 平移 _____ 个单位, 再向 _____ ($k > 0$ 时) 或向 _____ ($k < 0$ 时) 平移 _____ 个单位; 也可以先上下平移再左右平移, 所得结果一样. 抛物线 $y = a(x - h)^2 + k$ 叫做二次函数的 _____.

举个“栗子”

栗子16

22. 由二次函数 $y = 2(x - 3)^2 + 1$, 可知 ().

- A. 其图象的开口向下
- B. 其图象的对称轴为直线 $x = -3$
- C. 其最小值为 1
- D. 当 $x < 3$ 时, y 随 x 的增大而增大

23. 如果抛物线 $y = (x - m)^2 + m + 1$ 的对称轴是直线 $x = 1$, 那么它的顶点坐标为 _____.

栗子17

24. 已知点 $A(4, y_1)$, $B(\sqrt{2}, y_2)$, $C(-2, y_3)$ 都在二次函数 $y = (x - 2)^2 - 1$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是 ().

- A. $y_1 > y_3 > y_2$
- B. $y_1 > y_2 > y_3$
- C. $y_3 > y_2 > y_1$
- D. $y_3 > y_1 > y_2$

栗子18

25. 若二次函数 $y = -2(x - m)^2 - 1$, 当 $x \geq 2$ 时, y 随 x 增大而减小, 则 m 的取值范围是 _____.